

Unidad 1: Potencia

Resumen

La potencia de exponente entero positivo n de un número a es de la forma sucinta de expresar la multiplicación de n factores iguales al número a , la que se escribe a^n . Esta forma de expresar estos productos fue utilizada por primera vez por René Descartes en 1637 en su libro "La geometría".

Por ejemplo $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Desarrollo del concepto

Potencia de exponente entero positivo

Si a es un número real y n un entero positivo, se define:

$$a^1 = a$$

$$a^n = a^{n-1} \cdot a, \text{ si } n > 1$$

El número a se llama base de la potencia, n se llama exponente y a^n es la potencia n -ésima de a .

Observemos que la aplicación sucesiva de la definición anterior conduce a:

$$a^1 = a$$

$$a^2 = a \cdot a$$

$$a^3 = a^2 \cdot a = a \cdot a \cdot a$$

.....

$$a^n$$

Expresa la multiplicación de n factores iguales al número a .

Potencia de exponente cero

Si a es un número real distinto de cero, se define:

$$a^0 = 1$$

Observemos que con esta definición se puede extender la segunda parte de la definición 1 cuando $n = 1$:

$$a^1 = a^0 \cdot a = 1 \cdot a = a \quad (1)$$

Potencia de exponente entero negativo

Si a es un número real y n un entero positivo, el número a^{-n} designa al número $\frac{1}{a^n}$. Es decir:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ si } a \neq 0. \quad (2)$$

Propiedades de las potencias

1. Multiplicación de potencias de base igual

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

2. División de potencias de base igual

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

3. Potencia de una potencia

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

4. Comparación de potencias de base igual

a) Si $0 \leq a \leq 1$ y $m \leq n$, entonces $a^m \geq a^n$.

b) Si $a \geq 1$ y $m \leq n$, entonces $a^m \leq a^n$.

5. Multiplicación de potencias de exponente igual

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

6. División de potencias de exponente igual

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

7. Comparación de potencias de exponente igual

Si $a \leq b$, entonces $a^m \leq b^m$.

Ejemplo 1

$$\begin{aligned}2^5 \times 2^{14} &= 2^{5+14} = 2^{19} \\ \frac{2^5}{2^{14}} &= 2^{5-14} = 2^{-9} = \frac{1}{2^9} \\ 2^5 \times 3^5 &= (2 \times 3)^5 = 6^5 \\ \frac{2^5}{3^5} &= \left(\frac{2}{3}\right)^5 \\ (2^3)^4 &= 2^{3 \times 4} = 2^{12} \\ 10^{-1} &= \frac{1}{10^1} \\ 10^{-2} &= \frac{1}{10^2} \\ 10^{-3} &= \frac{1}{10^3} \\ 10^{-n} &= \frac{1}{10^n}\end{aligned}$$