**1.-**

 **ECUACION-CONCEPTO**

En [matemáticas](http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1ticas), una **ecuación** es una [igualdad](http://es.wikipedia.org/wiki/Igualdad_matem%C3%A1tica)[[nota 1]](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n#cite_note-0) entre dos [expresiones algebraicas](http://es.wikipedia.org/wiki/Expresi%C3%B3n_matem%C3%A1tica), denominadas *miembros*, en las que aparecen valores conocidos o [*datos*](http://es.wikipedia.org/wiki/Dato), y desconocidos o [*incógnitas*](http://es.wikipedia.org/wiki/Inc%C3%B3gnita), relacionados mediante operaciones matemáticas. Los valores conocidos pueden ser [números](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero), [coeficientes](http://es.wikipedia.org/wiki/Coeficiente_matem%C3%A1tico) o [constantes](http://es.wikipedia.org/wiki/Constante_%28matem%C3%A1ticas%29); y también [variables](http://es.wikipedia.org/wiki/Variable) cuya magnitud se haya establecido como resultado de otras operaciones. Las incógnitas, representadas generalmente por letras, constituyen los valores que se pretende hallar. Por ejemplo, en la ecuación:



la variable representa la incógnita, mientras que el coeficiente 3 y los números 1 y 9 son constantes conocidas. La igualdad planteada por una ecuación será cierta o falsa dependiendo de los valores numéricos que tomen ambos miembros; se puede afirmar entonces que una ecuación es una *igualdad condicional*, en la que solo ciertos valores de las variables la hacen cierta.

Se llama *solución* de una ecuación a cualquier valor individual de dichas variables que la satisfaga. Para el caso dado, la solución es:



Resolver una ecuación es encontrar su *dominio solución*, que es el conjunto de valores de las incógnitas para los cuales la igualdad se cumple. Todo [problema matemático](http://es.wikipedia.org/wiki/Problema_matem%C3%A1tico) puede expresarse en forma de una o más ecuaciones; sin embargo no todas las ecuaciones tienen solución, ya que es posible que no exista ningún valor de la incógnita que haga cierta una igualdad dada. En ese caso, el conjunto de soluciones de la ecuación será vacío y decimos que la ecuación no es resoluble. De igual modo, puede tener un único valor, o varios, o incluso [infinitos](http://es.wikipedia.org/wiki/Infinito) valores, siendo cada uno de ellos una solución *particular* de la ecuación. Si cualquier valor de la incógnita hace cumplir la igualdad (esto es, no existe ningún valor para el cual no se cumpla) la expresión se llama [identidad](http://es.wikipedia.org/wiki/Identidad_%28matem%C3%A1tica%29).[[nota 2](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n#cite_note-1)

2.-

**Ecuación-Historia**

**Antigüedad**

Ya en el siglo XVI aC. los egipcios resolvían problemas cotidianos que tenían que ver con la repartición de víveres, de cosechas y de materiales que eran equivalentes a resolver **ecuaciones algebraicas** simples de primer grado; como la notación algebraica no existía usaban un método iterativo aproximado llamado el "[método de la falsa posición](http://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_la_falsa_posici%C3%B3n)".

Los matemáticos chinos de principios de nuestra era escribieron el libro "El Arte del cálculo" en el que plantearon diversos métodos para resolver ecuaciones algebraicas de primero y segundo grado, así como sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

El matemático griego [Diofanto de Alejandría](http://es.wikipedia.org/wiki/Diofanto_de_Alejandr%C3%ADa) publicó su Aritmética en el siglo III tratando las ecuaciones de primer y segundo grado; fue uno de los pioneros en utilizar símbolos para representar las ecuaciones. También planteó las ecuaciones con soluciones enteras, llamadas en su honor [ecuaciones diofánticas](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaciones_diof%C3%A1nticas).[[1]](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n#cite_note-2)

**Siglos XV - XVI**

Pasada la “edad oscura” medieval, el estudio de las ecuaciones algebraicas experimenta un gran impulso. En el siglo XV estaban a la orden del día los desafíos matemáticos públicos, con premios al vencedor; así, un desafío famoso enfrentó a dos matemáticos a resolver ecuaciones de tercer grado, el vencedor fue [Niccolò Fontana Tartaglia](http://es.wikipedia.org/wiki/Niccol%C3%B2_Fontana_Tartaglia), experto algebrista.

Sobre mediados del siglo XVI los matemáticos italianos [Girolamo Cardano](http://es.wikipedia.org/wiki/Girolamo_Cardano) y [Rafael Bombelli](http://es.wikipedia.org/wiki/Rafael_Bombelli) descubrieron que para poder resolver todas las ecuaciones de segundo, tercero y cuarto grado el uso de los [números imaginarios](http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmeros_imaginarios) era indispensable. Cardano, enemigo acérrimo de Tartaglia, también halló métodos de resolución de ecuaciones de cuarto grado.

En el mismo siglo el matemático francés [René Descartes](http://es.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes) popularizó la notación algebraica moderna, en la cual las constantes están representadas por las primeras letras del alfabeto, a, b, c, … y las variables o incógnitas por las últimas, x, y, z. En esta época se enuncian problemas de ecuaciones que sólo han sido resueltos actualmente, algunos que sólo recientemente se han resuelto; entre ellos tenemos el [último teorema de Fermat](http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%9Altimo_teorema_de_Fermat), uno de los teoremas más famosos de la matemática, que no fue demostrado hasta 1995 por [Andrew Wiles](http://es.wikipedia.org/wiki/Andrew_Wiles) y Richard Taylor.

**Siglos XVII-XVIII**

En el siglo XVII [Newton](http://es.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton) y [Leibniz](http://es.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Leibniz) publican los primeros métodos de resolución de las [ecuaciones diferenciales](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaciones_diferenciales) que aparecen en los problemas de la [dinámica](http://es.wikipedia.org/wiki/Din%C3%A1mica). Probablemente el primer libro sobre estas ecuaciones fue “Sobre las construcciones de ecuaciones diferenciales de primer grado” de Gabriele Manfredi (1707). Durante el siglo XVIII matemáticos ilustres como [Leonhard Euler](http://es.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler), [Daniel Bernoulli](http://es.wikipedia.org/wiki/Daniel_Bernoulli), [Joseph Lagrange](http://es.wikipedia.org/wiki/Joseph_Lagrange) y [Pierre Laplace](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Pierre_Laplace&action=edit&redlink=1) publican resultados sobre [ecuaciones diferenciales ordinarias](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaciones_diferenciales_ordinarias) y [ecuaciones en derivadas parciales](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaciones_en_derivadas_parciales).

**Época moderna**

A pesar de todos los esfuerzos de las épocas anteriores, las ecuaciones algebraicas de quinto grado y superiores se resistieron a ser resueltas; sólo se consiguió en casos particulares, pero no se encontraba una solución general. A principios del siglo XIX [Niels Henrik Abel](http://es.wikipedia.org/wiki/Niels_Henrik_Abel) demostró que hay ecuaciones no resolubles; en particular mostró que no existe una fórmula general para resolver la ecuación de quinto grado; acto seguido [Évariste Galois](http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%89variste_Galois) demostró, utilizando su teoría de grupos, que lo mismo puede afirmarse de toda ecuación de grado igual o superior a cinco.

Durante el siglo XIX las ciencias físicas utilizan en su formulación ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y/o ecuaciones integrales, como es el caso de la [electrodinámica](http://es.wikipedia.org/wiki/Electrodin%C3%A1mica) de [James Clerk Maxwell](http://es.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell), la [mecánica hamiltoniana](http://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica_hamiltoniana) o la [mecánica de fluidos](http://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica_de_fluidos). El uso habitual de estas ecuaciones y de los métodos de solución lleva a la creación de una nueva especialidad, la [Física Matemática](http://es.wikipedia.org/wiki/F%C3%ADsica_Matem%C3%A1tica).

Ya en el siglo XX la Física Matemática sigue ampliando su campo de acción; [Schrödinger](http://es.wikipedia.org/wiki/Erwin_Schr%C3%B6dinger), [Pauli](http://es.wikipedia.org/wiki/Wolfgang_Ernst_Pauli) y [Dirac](http://es.wikipedia.org/wiki/Paul_Dirac) formulan ecuaciones diferenciales con funciones complejas para la [mecánica cuántica](http://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica_cu%C3%A1ntica). [Einstein](http://es.wikipedia.org/wiki/Einstein) utiliza **ecuaciones tensoriales** para su [Relatividad General](http://es.wikipedia.org/wiki/Relatividad_General). Las ecuaciones diferenciales tienen también un amplio campo de aplicación en [teoría económica](http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_econ%C3%B3mica).

Debido a que la mayoría de ecuaciones que se presentan en la práctica son muy difíciles o incluso imposibles de resolver analíticamente, es habitual utilizar [métodos numéricos](http://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todos_num%C3%A9ricos) para encontrar raíces aproximadas. El desarrollo de la informática posibilita actualmente resolver en tiempos razonables ecuaciones de miles e incluso millones de variables usando algoritmos numéricos.

**3.- ¿QUÉ ES UNA VARIABLE?**

Una **variable** símbolo que representa un elemento o cosa no especificada de un conjunto dado. Dicho conjunto es llamado **conjunto universal** de la variable, **universo** o **variar** de la variable, y cada elemento del conjunto es un **valor** de la variable. Sea *x* una variable cuyo universo es el conjunto {1,3,5,7,9,11,13}; entonces *x* puede tener cualquiera de esos valores: 1,3,5,7,9,11,13. En otras palabras *x* puede reemplazarse por cualquier entero positivo impar menor que 14. Por esta razón, a menudo se dice que una variable es un *reemplazo* de cualquier elemento de su universo.

Una variable es un elemento de una [fórmula](http://es.wikipedia.org/wiki/F%C3%B3rmula_%28expresi%C3%B3n%29), [proposición](http://es.wikipedia.org/wiki/Proposici%C3%B3n_%28l%C3%B3gica%29) o [algoritmo](http://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo) que puede adquirir o ser sustituido por un valor cualquiera (siempre dentro de su universo). Los valores que una variable es capaz de recibir, pueden estar definidos dentro de un rango, y/o estar limitados por razones o condiciones de pertenencia, al universo que les corresponde (en estos casos, el universo de la variable pasa a ser un subconjunto de un universo mayor, el que tendría sin las restricciones).

En muchos usos, lo contrario de una variable es una [constante](http://es.wikipedia.org/wiki/Constante_%28matem%C3%A1ticas%29). También puede considerarse a las constantes como caso particular de variables, con un universo unitario (con un solo elemento), ya que sólo pueden tener un valor, y no pueden modificarlo.

4.-

**Tipos de ecuaciones**

Las ecuaciones pueden clasificarse según el tipo de operaciones necesarias para definirlas y según el conjunto de números sobre el que se busca la solución. Entre los tipos más frecuentes están:

* Ecuaciones algebraicas
	+ [Polinómicas](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n#Ecuaci.C3.B3n_polin.C3.B3mica) o polinomiales
	+ [De primer grado](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n#Ecuaci.C3.B3n_de_primer_grado) o *lineales*
	+ [De segundo grado](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n#Ecuaci.C3.B3n_de_segundo_grado) o *cuadráticas*
	+ Racionales, aquellas en las que uno o ambos miembros se expresan como un cociente de polinimios
	+ Trascendentes, cuando involucran funciones no polinómicas, como las trigonométricas, exponenciales, etc.
	+ [Diofánticas](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_diof%C3%A1ntica) o diofantinas
* [Ecuaciones diferenciales](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_diferencial)
	+ [Ordinarias](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_diferencial_ordinaria)
	+ [En derivadas parciales](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_en_derivadas_parciales)
* [Ecuaciones integrales](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_integral)

**Ecuación polinómica**

Una **ecuación polinómica** o **polinomial** es una igualdad entre dos [polinomios](http://es.wikipedia.org/wiki/Polinomio). Por ejemplo:



**Forma canónica**

Realizando una misma serie de transformaciones en ambos miembros de una ecuación, puede conseguirse que uno de ellos se reduzca a cero. Si además se ordenan los términos según los exponentes a los que se encuentran elevadas las incógnitas, de mayor a menor, se obtiene una expresión denominada *forma canónica* de la ecuación. Frecuentemente suele estudiarse a las ecuaciones polinómicas a partir de su forma canónica, es decir aquella cuyo primer miembro es un polinomio y cuyo segundo miembro es cero.

En el ejemplo dado, sumando 2xy y restando 5 en ambos miembros, y luego ordenando, obtenemos:



**Grado**

Se denomina *grado* de una ecuación polinomial al mayor exponente al que se encuentran elevadas las incógnitas. Por ejemplo



Es una ecuación de tercer grado porque la variable **x** se encuentra elevada *al cubo* en el mayor de los casos.

Las ecuaciones polinómicas de grado *n* de una sola variable sobre los números reales o complejos, pueden resolverse por el método de los radicales cuando *n* < 5 (ya que en esos casos el [grupo de Galois](http://es.wikipedia.org/wiki/Grupo_de_Galois) asociado a las raíces de la ecuación es [soluble](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Grupo_soluble&action=edit&redlink=1)). La solución de la ecuación de segundo grado es conocida desde la antigüedad; las ecuaciones de tercer y cuarto grado se conocen desde los siglos XV y XVI, y usan el método de radicales. La solución de la ecuación de quinto grado no puede hacerse mediante el método de radicales, aunque puede escribirse en términos de la [función theta de Jacobi](http://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_theta_de_Jacobi).

**Ecuación de primer grado**

Se dice que una ecuación polinomial es de primer grado cuando la variable (aquí representada por la letra x) no está elevada a ninguna potencia, es decir que su exponente es 1.

Las ecuaciones de primer grado tienen la forma canónica:



con *a* diferente de cero.

Su solución es sencilla: 

 **Resolución de ecuaciones de primer grado**

Las ecuaciones polinómicas de primer grado se resuelven en tres pasos: transposición, simplificación y despeje, desarrollados a continuación mediante un ejemplo.

Dada la ecuación:



**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Ecuaci%C3%B3n&action=edit&section=18)**] Transposición**

Primero se agrupan todos los [monomios](http://es.wikipedia.org/wiki/Monomio) que incluyen la incógnita **x** en uno de los miembros de la ecuación, normalmente en el izquierdo; y todos los términos independientes (los que no tienen x) en el otro miembro. Podemos hacerlo teniendo en cuenta que:

|  |
| --- |
| Si sumamos o restamos un mismo monomio en los dos miembros, la igualdad no varía. |

En términos coloquiales, decimos: *si un término está sumando* (como 16x en el miembro de la derecha) *pasa al otro lado restando* (−16x a la izquierda); y *si está restando* (como el −9 de la izquierda), *pasa al otro lado sumando* (+9 a la derecha)

La ecuación quedará entonces así:



Como puede verse, todos los términos que poseen la variable **x** han quedado en el primer miembro (a la izquierda del signo igual), y los que no la poseen, por ser sólo constantes numéricas, han quedado a la derecha.

 **Simplificación**

El siguiente paso es convertir la ecuación en otra equivalente más simple y corta.

Realizamos la simplificación del primer miembro: 

Y simplificamos el segundo miembro: 

La ecuación simplificada será:



 **Despeje**

Ahora es cuando llegamos al objetivo final: que la incógnita quede aislada en un miembro de la igualdad. Para lo cual recordamos que:

|  |
| --- |
| Si multiplicamos o dividimos ambos miembros por un mismo número, la igualdad no varía. |

En términos coloquiales: *Para despejar la x, si un número la está multiplicando* (Ej: 5x) *se lo pasa al otro lado dividiendo* (n/5) *sin cambiar su signo*. Y *si un número la está dividiendo* (Ej: x/2), entonces *se lo pasa al otro lado multiplicando* (n×2) *sin cambiar su signo*.

Lo que estamos haciendo en realidad es dividiendo ambos términos entre 5. Por lo tanto, el término que está multiplicado por 5, al dividirse entre 5 se anulan uno con el otro, *desaparece multiplicando*, mientras que en el otro lado vemos como dividimos entre 5 y el 5 permanece, *aparece dividiendo*, como si hubiera *pasado* de un lado a otro con una *operación simétrica*. Esta explicación con *operaciones simétricas* causa muchas confusiones a muchos estudiantes que pueden tener problemas para hallar la operación simétrica, por ejemplo no es evidente que 3x = y pueda despejarse por x = log3y. Por eso es importante recordar el principio fundamental por el que siempre que apliquemos una [función inyectiva](http://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_inyectiva) a ambos lados de una igualdad obtendremos otra igualdad.

En la ecuación debemos entonces *pasar* el número 95 al otro miembro y, como estaba multiplicando, lo hará dividiendo, sin cambiar de signo:



El ejercicio está teóricamente resuelto, ya que tenemos una igualdad en la que **x** equivale al número 525/95. Sin embargo, debemos simplificar.

Resolvemos la fracción (numerador dividido entre denominador) en caso de que el resultado diera exacto; si diera decimal, simplificamos la fracción y ése es el resultado.

En la ecuación, vemos que el resultado de la fracción es decimal (525:95 = 5,5263157894737)

Por tanto, simplificando, la solución es:



**Ejemplo de problema**

Pongamos el siguiente problema: el número de canicas que tengo, más tres, es igual al doble de las canicas que tengo, menos dos. ¿Cuántas canicas tengo? El primer paso para resolver este problema es expresar el enunciado como una **ecuación**:



Donde x es la incógnita: ¿cuántas canicas tengo?

La ecuación se podría leer así: El número de canicas que tengo, más tres que me dan, es igual al doble de mis canicas, quitándome dos.

El enunciado está expresado, pero no podemos ver claramente cuál es el valor de x; para ello se sigue este procedimiento: Primero se pasan todos los términos que dependen de x al primer miembro y los términos independientes al segundo. Para ello tenemos en cuenta que cualquier término que se cambia de miembro cambia también de signo. Así obtenemos:



Que, simplificado, resulta:



Esta expresión nos lleva a una regla muy importante del álgebra, que dice que si modificamos igualmente ambos miembros de una ecuación, el resultado es el mismo. Esto significa que podemos sumar, restar, multiplicar, dividir, elevar y radicar los dos miembros de la ecuación por el mismo número, sin que ésta sufra cambios. En este caso, si multiplicamos ambos miembros por -1 obtendremos:



El problema está resuelto.

**Ecuación de segundo grado**

*Artículo principal:* [Ecuación de segundo grado](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_segundo_grado)

Las ecuaciones polinómicas de segundo grado tienen la forma canónica



Donde **a** es el coeficiente del *término cuadrático* (aquel en que la incógnita está elevada a la potencia 2), **b** es el coeficiente del *término lineal* (el que tiene la incógnita sin exponentes, o sea que está elevada a la potencia 1), y **c** es el *término independiente* (el que no depende de la variable, o sea que está compuesto sólo por constantes o números) Todas las ecuaciones de segundo grado tienen dos soluciones, las cuales pueden coincidir. Cuando esta ecuación se plantea sobre siempre se tienen dos soluciones:



Obviamente la condición para que la ecuación tenga solución sobre los números reales se requiere que y para que tenga soluciones sobre los números racionales se requiere .

**Operaciones admisibles en una ecuación**

Frecuentemente en el tratamiento de ecuaciones con números reales o complejos es necesario simplificar, reagrupar o cambiar de forma la ecuación para poder resolverla más fácilmente. Se conoce que bajo ciertas operaciones el se mantiene la igualdad y el conjunto de soluciones no cambia aunque la forma de la ecuación sea diferente. Entre las operaciones de álgebra elemental que no alteran el conjunto de soluciones están están:

1. Sumar cualquier número a ambos lados de la ecuación.
2. Restar cualquier número a ambos lados de la ecuación.
3. Dividir entre un número real diferente de cero ambos lados de la ecuación.
4. Multiplicar por cualquier número ambos lados de la ecuación.
5. Si *f* inyectiva se puede aplicar a cada uno de los dos miembros de la ecuación.

Otras dos operaciones respetan la igualdad pero pueden alterar el conjunto de soluciones:

1. Simplificar dividiendo factores comunes presentes en ambos lados de una ecuación. Si estos factores contienen no sólo números sino también variables esta operación debe aplicarse con cuidado porque el conjunto de soluciones puede verse reducido. Por ejemplo, la ecuación *y·x* = *x* tiene dos soluciones: *y* = 1 y *x* = 0. Si se dividen ambos lados entre "x" para simplifcarla se obtiene la ecuación *y* = 1, pero la segunda solución se ha perdido.
2. Si se aplica una función no inyectiva a ambos lados de una ecuación, la ecuación resultante puede no tener un conjunto de soluciones más grande que la original.

**Tipos de ecuación algebraica**

Una **ecuación algebraica** en x contiene solo expresiones algebraicas, como polinomios, expresiones racionales, radicales y otras. Una ecuación de este tipo se llama **ecuación condicional** si hay números en los dominios de las expresiones que no sean soluciones; por ejemplo, x^2= 9 es condicional porque el número x=4 (y otros) no es una solución. Si todo número de los dominios de las expresiones de una ecuación algebraica es una solución, la ecuación se llama **identidad**.

**Notas**

1. [↑](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n#cite_ref-0) Si en lugar de una igualdad se trata de una [desigualdad](http://es.wikipedia.org/wiki/Desigualdad_matem%C3%A1tica) entre dos expresiones matemáticas, se denominará [inecuación](http://es.wikipedia.org/wiki/Inecuaci%C3%B3n).
2. [↑](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n#cite_ref-1) Las identidades no son consideradas ecuaciones, ya que en ellas no cabe el concepto de solución.

**Referencias**

* 1. [↑](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n#cite_ref-2) [Un poquito de la historia del álgebra](http://redescolar.ilce.edu.mx/educontinua/mate/nombres/mate3a/mate3a.htm), Red Escolar, México, 2008.

5.-

**Definición general**

Dada una [aplicación](http://es.wikipedia.org/wiki/Aplicaci%C3%B3n_matem%C3%A1tica) y un elemento *b* del conjunto *B*, resolver una **ecuación** consiste en encontrar todos los elementos que verifican la expresión: . Al elemento se le llama [incógnita](http://es.wikipedia.org/wiki/Inc%C3%B3gnita). Una solución de la **ecuación** es cualquier elemento que verifique .

El estudio de las ecuaciones depende de las características de los conjuntos y la aplicación; por ejemplo, en el caso de las ecuaciones diferenciales, los elementos del conjunto son funciones y la aplicación debe incluir alguna de las derivadas del argumento. En las ecuaciones matriciales, la incógnita es una matriz.

La definición que hemos dado incluye las ecuaciones de la forma , pues, si es un grupo basta con definir la aplicación y la ecuación se transforma en .

**Conjunto de soluciones**

Dada la ecuación , el conjunto de soluciones de la ecuación viene dado por , donde es la [imagen inversa](http://es.wikipedia.org/wiki/Imagen_inversa) de . Si es el conjunto vacío, la ecuación no tiene solución. Hay otras dos posibilidades: puede tener un sólo elemento, en cuyo caso la ecuación tiene solución única; si tiene más de un elemento, todos ellos son soluciones de la ecuación.

En la teoría de [ecuaciones diferenciales](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaciones_diferenciales), no se trata sólo de averiguar la expresión explícita de las soluciones, sino determinar si una ecuación determinada tiene solución y esta es única. Otro caso en los que se investiga la existencia y unicidad de soluciones es en los [sistemas de ecuaciones lineales](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistemas_de_ecuaciones_lineales).

 **Casos particulares**

Una [ecuación diofántica](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_diof%C3%A1ntica) es aquella cuya solución sólo puede ser un número entero, es decir, en este caso . Una [ecuación funcional](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_funcional) es aquella en la que algunas de las constantes y variables que intervienen no son realmente números sino funciones; y si en la ecuación aparece algún [operador diferencial](http://es.wikipedia.org/wiki/Operador_diferencial) se llama [ecuación diferencial](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_diferencial). Cuando es un cuerpo y *f* un polinomio, hablamos de [ecuación algebraica](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_algebraica).

En un [sistema de ecuaciones lineales](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_ecuaciones_lineales), el conjunto es un conjunto de vectores reales y la función es un [operador lineal](http://es.wikipedia.org/wiki/Operador).

**Existencia de soluciones**

En muchos casos -por ejemplo en las ecuaciones diferenciales-, una de las cuestiones más importantes es determinar si existe alguna solución, es decir demostrar que el conjunto de soluciones no es el conjunto vacío. Uno de los métodos más corrientes para lograrlo consiste en aprovechar que el conjunto *A* tiene alguna topología. No es el único: en los sistemas de ecuaciones reales, se recurre a técnicas algebraicas para averiguar si el sistema tiene solución. No obstante, el álgebra parece que carece de recursos siquiera para asegurar la existencia de soluciones en las ecuaciones algebraicas: para asegurar que toda ecuación algebraica con coeficientes complejos tiene una solución hay que recurrir al análisis complejo y, por lo tanto, a la topología.

6.-

MATEMÁTICA-¿QUÉ ES UNA INCOGNITA?

En [matemáticas](http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1ticas), una **incógnita** es un número o función que en principio no es conocido de antemano y que constituye una solución de un [problema matemático](http://es.wikipedia.org/wiki/Problema_matem%C3%A1tico) formado por una ecuación o sistema de ecuaciones planteadas sobre cierto espacio vectorial (usualmente los números reales o las funciones diferenciables de variable real).

Particularmente en [álgebra](http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra) y sus derivadas, una "ecuación", es una [variable](http://es.wikipedia.org/wiki/Variable) cuyo valor no conocemos a prioridad, y cuyo valor va a ser eventualmente determinado; la forma de fijar o encontrar esa "incógnita" es una [ecuación](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n) como por ejemplo:

despejar la y del problema y-15=22

y =22+15

y =37

prueba:

37(y)-15=22

Para indicar las incógnitas en expresiones matemáticas, suelen usarse las letras *x*, *y*, *z*, etc., siendo estas primeras tres las más usadas. También pueden ser otras letras como letras griegas (Ψ, σ, β, etc.)

Al proceso algebraico de "trabajar" una expresión, descomponiéndola u operando sobre ella, de tal manera de aislar la incógnita en un lado de la ecuación (ya sea como la incógnita propiamente tal o una forma o [función](http://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_%28matem%C3%A1ticas%29) de esta), se le conoce usualmente como "**despejar** la incógnita", y suele conducir a encontrar la respuesta a la expresión, es decir, el **valor de la incógnita**.

7-

Sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas

Un **sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas** es un [sistema lineal de ecuaciones](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_ecuaciones) formado por sólo dos ecuaciones que admite un tratamiento particularmente simple, junto con el caso trivial de una ecuación lineal con una única incógnita, es el caso más sencillo posible de sistemas de [ecuaciones](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n), y que permiten su resolución empleando técnicas básicas del [álgebra](http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra) cuando los coeficientes de la ecuación se encuentran sobre un [cuerpo](http://es.wikipedia.org/wiki/Cuerpo_%28matem%C3%A1tica%29) (sobre un anillo la solución no es tan sencilla).

Una infinidad de problemas pueden ser resueltos con un sistema de dos ecuaciones. Veamos las distintas formas en las que se pueden encontrar sus soluciones.



|  |
| --- |
| **Contenido** [[ocultar](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas)] * [1 Conceptos previos](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Conceptos_previos)
	+ [1.1 En una ecuación](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#En_una_ecuaci.C3.B3n)
	+ [1.2 Ecuación lineal](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Ecuaci.C3.B3n_lineal)
	+ [1.3 Convenio de representación](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Convenio_de_representaci.C3.B3n)
* [2 Tipos de solución](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Tipos_de_soluci.C3.B3n)
	+ [2.1 Sistema compatible](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Sistema_compatible)
		- [2.1.1 Sistema compatible determinado](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Sistema_compatible_determinado)
		- [2.1.2 Sistema compatible indeterminado](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Sistema_compatible_indeterminado)
	+ [2.2 Sistema incompatible](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Sistema_incompatible)
	+ [2.3 Análisis de tipos](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#An.C3.A1lisis_de_tipos)
* [3 Métodos de resolución](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#M.C3.A9todos_de_resoluci.C3.B3n)
	+ [3.1 Método de reducción](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#M.C3.A9todo_de_reducci.C3.B3n)
	+ [3.2 Método de igualación](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#M.C3.A9todo_de_igualaci.C3.B3n)
	+ [3.3 Método de sustitución](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#M.C3.A9todo_de_sustituci.C3.B3n)
	+ [3.4 Regla de Cramer](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Regla_de_Cramer)
* [4 Solución de un problema](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Soluci.C3.B3n_de_un_problema)
* [5 Véase también](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#V.C3.A9ase_tambi.C3.A9n)
* [6 Bibliografía](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Bibliograf.C3.ADa)
* [7 Enlaces externos](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas#Enlaces_externos)
 |

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=1)**] Conceptos previos**

Antes de afrontar las formas de resolver un sistema de ecuaciones vamos a ver algunos términos y conceptos, que si bien son comunes a todas las ecuaciones y sistemas de ecuaciones, conviene recordarlos antes.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=2)**] En una ecuación**

*Artículo principal:* [Ecuación](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n)

Una ecuación es una expresión matemática en la que hay dos partes equivalentes, separadas con un signo igual (=). Cada una de estas partes es un miembro de la ecuación; naturalmente una ecuación está formada por dos miembros separados por el signo igual.

En cada uno de los miembros hay uno o más términos. Un término es una parte de la expresión relacionada término de una ecuación puede ser un [monomio](http://es.wikipedia.org/wiki/Monomio) o una expresión transcendente.

Dada la ecuación:



tenemos:



la parte de la izquierda del igual (=) se llama primer miembro y la parte de la derecha, segundo miembro. En el ejemplo, el primer miembro es:



que tiene **cuatro** términos









y el segundo:



con dos términos





* Si en uno de los términos hay una función trascendente, la ecuación es trascendente.
* Si no es transcendente, el grado de la ecuación es el grado del término de mayor grado.

Una ecuación puede tener una o más incógnitas.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=3)**] Ecuación lineal**

*Artículo principal:* [Ecuación lineal](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_lineal)

En una ecuación lineal cada término está formado por un coeficiente y una incógnita, no elevada a ninguna potencia (con potencia 1, pero no se pone), y términos que no tienen incógnita. Los términos con incógnita se llaman término en..., esa incógnita; los términos que no tienen incógnita se llaman términos independientes. En la ecuación:



donde el término en **x** es:



los términos en **y** son:





el término en **z** es:



y los términos independientes:





Un término se puede pasar de un miembro a otro cambiándolo de signo. Así, en el ejemplo:



podemos pasar todos los términos con incógnitas al primer miembro y los independientes al segundo:



el orden de los términos dentro de cada miembro no modifica la ecuación, por lo que podemos reordenar los términos del siguiente modo:



también se pueden sacar factores comunes si distintos términos los tienen:



y se pueden realizar las operaciones aritméticas que simplifiquen la expresión



La forma normal de representar una ecuación lineal es con todos los términos con incógnitas en el primer miembro y el término independiente en el segundo. Los monomios se simplifican de modo que cada término esté formado por un solo coeficiente y una incógnita; todas las ecuaciones lineales pueden expresarse de esta forma.

Para finalizar esta sección podemos decir que si una ecuación se multiplica por un escalar, la ecuación no varia, así la ecuación:



multiplicada por el número 3, por ejemplo:



haciendo la operación:



dando lugar a una ecuación equivalente a la primera. Del mismo modo si todos los coeficientes de la ecuación tienen un divisor común, se puede simplificar sin variar la corrección de la ecuación, por ejemplo:



Todos los coeficientes tienen al cinco por divisor:



que simplificamos:



Esta simplificación no modifica el sentido de la ecuación.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=4)**] Convenio de representación**

*Artículo principal:* [Sistema de ecuaciones lineales](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_ecuaciones_lineales)

De forma general un sistema de ecuaciones suele representarse empleando la letra **a**, con los correspondientes subíndices para los coeficientes, la **x**, con sus subíndices para las incógnitas y la **b** para los términos independientes, por lo que un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas, se representaría así



por sencillez y por costumbre, a la primera incógnita se le suele llamar **x** y a la segunda **y**; además se procura evitar el empleo de subíndices por lo que, de forma general, el sistema se suele representar así:





Una ecuación lineal con dos incógnitas representa [una recta en el plano](http://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_lineal) **xy**, de modo que un sistema de dos ecuaciones permite una representación gráfica como dos rectas en el plano **xy**, siendo la solución al sistema el punto de intersección de estas dos rectas. Por ejemplo:



si en estas ecuaciones despejamos la **y**, obtenemos su forma explícita:



estas dos rectas se cortan en el punto:



Partiendo de esta representación y de este ejemplo vamos a ver las formas básicas de resolver dos ecuaciones lineales con dos incógnitas de coeficientes reales.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=5)**] Tipos de solución**

Consideremos un sistema como el siguiente:



En un sistema de ecuaciones se pueden dar los siguientes casos:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|

|  |  |
| --- | --- |
|

|  |
| --- |
|    \mbox{Tipos de sistemas}    \begin{cases}       \mbox{Compatible}       \begin{cases}          \mbox{Determinado}\\          \mbox{Indeterminado}       \end{cases}\\       \mbox{Incompatible}    \end{cases} |

 |

 |

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=6)**] Sistema compatible**

Si admite soluciones.

La compatibilidad de un sistema se determina a partir del [determinante](http://es.wikipedia.org/wiki/Determinante_%28matem%C3%A1tica%29) de la matriz 2x2 que constituye el sistema o equivalentemente de los cocientes de la primera ecuación y la segunda.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=7)**] Sistema compatible determinado**



Si admite un número finito de soluciones; en el caso de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, si el sistema es determinado solo tendrá una solución. Su representación gráfica son dos rectas que se cortan en un punto; los valores de x e y de ese punto son la solución al sistema.

Un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas es compatible determinado cuando:



Por ejemplo, dado el sistema:



Podemos ver, que:



Lo que da lugar a que las dos rectas se corten en un punto.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=8)**] Sistema compatible indeterminado**



El sistema admite un número infinito de soluciones; su representación gráfica son dos rectas coincidentes. Las dos ecuaciones son equivalentes y una de ellas se puede considerar como redundante: cualquier punto de la recta es solución del sistema.

Un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas es indeterminado si:



Por ejemplo con el sistema:



Se puede ver:



|  |
| --- |
|    \begin{array}{r|l}       x & y \\       \hline       -3 & 0,5 \\       -2 & 1   \\       -1 & 1,5 \\        0 & 2   \\        1 & 2,5 \\        2 & 3   \\    \end{array} |

Con lo que podemos decir que la primera ecuación multiplicada por tres da la segunda ecuación, por lo tanto no son dos ecuaciones independientes, sino dos formas de expresar la misma ecuación.

Tomando una de las ecuaciones, por ejemplo la primera, tenemos:



Tomando la **x** como variable independiente, y la **y** como variable dependiente, según la expresión anterior, asignando valoras a **x** obtendremos el correspondiente de **y**, cada par **(x, y)**, así calculado será una solución del sistema, pudiendo asignar a **x** cualquier valor real.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=9)**] Sistema incompatible**



El sistema no admite ninguna solución. En este caso, su representación gráfica son dos rectas paralelas y no tienen ningún punto en común porque no se cortan. El cumplimiento de una de las ecuaciones significa el incumplimiento de la otra y por lo tanto no tienen ninguna solución en común.

Un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas es incompatible si:



Por ejemplo, dado el sistema:



Se puede ver que:



La igualdad:



Determina la proporcionalidad entre las incógnitas, dos rectas paralelas, pero la diferente proporcionalidad con los términos independientes determina un corte con el *eje y* disiento, y dos rectas paralelas no se cortan en ningún punto. Dando lugar a la incompatibilidad de las soluciones.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=10)**] Análisis de tipos**

Para poder determinar si, un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, corresponde a uno de esos casos, podemos ve, según lo visto anteriormente, el siguiente criterio, partiendo del sistema:



Podemos aplicar el siguiente árbol de decisión, para determinar el tipo de sistema que es:



Para ello, comparamos en primer lugar la relación entre los coeficientes de las incógnitas, si la relación entre los coeficientes de la **x** y la **y** es el mismo, el sistema es compatible indeterminado o incompatible, si este coeficiente también es igual a la relacione entre los términos independientes el sistema es compatible indeterminado, y si es distinto en incompatible. Si la relación entre los coeficientes de la **x** y la **y** son distintos el sistema es compatible determinado.

Este criterio es equivalente al análisis de los determinantes de las ecuaciones, aplicado a un sistema de dos ecuaciones.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=11)**] Métodos de resolución**

Partiendo de un sistema lineal compatible determinado de dos ecuaciones con dos incógnitas:



Si el sistema anterior es compatible y determinado, entonces resolver el sistema consiste en encontrar los valores de **x** y de **y** que satisfacen las dos ecuaciones simultáneamente.

Podemos diferenciar dos tipos de métodos de resolución de sistemas de ecuaciones, los básicos, basados en operaciones algebraicas encaminados a despejar el valor de cada una de las incógnitas, y los avanzados, basados en propiedades de los sistemas que determinan los distintos valores de las incógnitas que cumplen las ecuaciones del sistema.

Dentro de los métodos básicos, están el de **reducción**, **igualación** y **sustitución** que mediante distintas operaciones algebraicas despeja el valor de **x** e **y** del sistema. Si el sistema fuera incompatible o compatible indeterminado los métodos anteriores no conducen a una solución del sistema.

Entre los métodos avanzados están [Regla de Cramer](http://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_Cramer), [Eliminación de Gauss-Jordan](http://es.wikipedia.org/wiki/Eliminaci%C3%B3n_de_Gauss-Jordan), y mediante la [Matriz invertible](http://es.wikipedia.org/wiki/Matriz_invertible), entre otros; estos métodos son más sofisticados que los básicos y son necesarios conocimientos de [Álgebra lineal](http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra_lineal) en ocasiones elevados, y destinados a la resolución de sistemas de gran dimensión con gran número de ecuaciones que dan lugar, normalmente, al empleo de ordenadores para realizar las operaciones necesarias.

Aquí veremos la Regla de Cramer en su forma para dos ecuaciones con dos incógnitas, como complemento a las formas básicas de resolución.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=12)**] Método de reducción**

El método de reducción consiste en multiplicar cada una de las ecuaciones por los valores necesarios, de forma que los coeficientes de una de las incógnitas sean los mismos cambiados de signo. Conseguido esto, se suman las dos ecuaciones y la incógnita que tiene los coeficientes opuestos se elimina, dando lugar a una ecuación con una incógnita, que se resuelve haciendo las operaciones necesarias. Conocida una de las incógnitas se sustituye su valor en una de las ecuaciones originales y calculamos la segunda.

tenemos como ejemplo el sistema:



En este caso la **x**, ya tiene el mismo coeficiente en las dos ecuaciones cambiado de signo y no es necesario hacer ninguna operación para lograrlo; podemos sumar las dos ecuaciones directamente:



como resultado de la suma tenemos una sola ecuación con una incógnita:



despejando la **y**, tenemos:



que haciendo la operación da:



Para calcular el valor de **x**, sustituimos el valor de **y** en una de las ecuaciones, por ejemplo la primera:



despejando **x**, tenemos:



que realizando la operación da como resultado:



el resultado del sistema es el valor de **x** e **y** que satisface las dos ecuaciones simultáneamente, que como ya sabíamos es:





En este caso era muy fácil dado que la **x** ya tenía el mismo coeficiente cambiado de signo en una y otra ecuación. Podemos resolver el mismo sistema, pero esta vez eliminando la **y**:



vemos que el coeficiente de la **y** de la primera ecuación es 1 y el de la segunda, 2; si multiplicamos la primera ecuación por 2, y la segunda la cambiamos de signo, tendremos:



con lo que tenemos que la **y** tiene el mismo coeficiente en las dos ecuaciones cambiado de signo. Sumando las dos ecuaciones:



así tenemos una ecuación con una incógnita:



despejando la **x**:



el valor de **x** que obtenemos es:



para calcular **y** sustituimos el valor obtenido de **x** en una de las ecuaciones, la primera de ellas por ejemplo:



que despejando la **y** tendremos:



con lo que tenemos:



Como puede verse en el ejemplo resuelto, el método de reducción consiste en operar el sistema de modo que una de las incógnitas tenga el mismo coeficiente en las dos ecuaciones pero cambiado de signo; al sumar las dos ecuaciones el sistema se reduce a una ecuación con una incógnita que despejamos. Con este valor sustituido en una de las ecuaciones iniciales calculamos la segunda incógnita. Es indistinto que se haga con la **x** o con la **y**, en los dos casos obtendremos el mismo resultado.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=13)**] Método de igualación**

El método de igualación para resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en despejar una de las dos incógnitas en las dos ecuaciones. Sea cual sea el valor de esta incógnita, ha de ser el mismo en las dos ecuaciones, por tanto podemos igualar las dos expresiones obteniendo una ecuación con una incógnita, que podemos resolver con facilidad. Una vez conocido el valor de una de las dos incógnitas lo sustituimos en una de las ecuaciones iniciales y calculamos la segunda. Aprovechando el mismo ejemplo anterior, veamos cómo se resuelve por igualación:



despejamos en las dos ecuaciones una de las incógnitas, por ejemplo la **x**:



el valor de **x** ha de ser el mismo en las dos ecuaciones, por lo tanto tenemos:



Pasando todos los términos con **y** a un miembro de la ecuación, y los términos independientes al otro:





Operando tenemos:







Con lo que tenemos el valor de **y**. Sustituyendo este valor en la primera ecuación y despejada la **x**, tenemos que si:





Resulta que **x** vale:





la solución del sistema es:





Como puede verse, el método de resolución del sistema de ecuaciones no afecta al resultado, porque todos ellos nos llevan a la solución. Veamos qué pasaría si en este mismo sistema, en vez de despejar la **x** para después igualar, hubiéramos despejado la **y**:



la **y** vale lo mismo en una ecuación que en la otra, por lo que podemos igualar:



operando:















con lo que ya tenemos el valor de **x**, sustituyendo este valor en la primera ecuación despejada la **y** tenemos:





luego y valdrá:





Si en lugar de en la primera ecuación lo hiciésemos en la segunda el resultado sería el mismo:





que resultaría:







Como puede verse, podemos resolver el sistema independientemente de qué incógnita despejemos primero o en qué ecuación sustituyamos después su valor, por lo que podemos hacerlo del modo que nos resulte más cómodo, según los coeficientes que tengan las incógnitas.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=14)**] Método de sustitución**

El método de sustitución consiste en despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones y sustituirlo en la otra, dando lugar así a una ecuación con una incógnita. Una vez resuelta sustituimos su valor en la ecuación despejada y calculamos la segunda incógnita.

Empleando el mismo ejemplo de sistema veamos cómo se resolvería por el método de sustitución:



podemos despejar cualquiera de las dos incógnitas en cualquiera de las dos ecuaciones. Probemos primero despejando la **x** de la primera ecuación:



si ahora sustituimos el valor de **x** despejado de la primera ecuación en la segunda, tenemos:



resultando una sola ecuación en **y**, que podemos resolver:













con lo que ya tenemos el valor de **y**. Con este valor de **y** en la primera ecuación, despejamos la **x**:





que resulta:





la solución del sistema es, por tanto:





Naturalmente habríamos llegado a la misma solución, despejando tanto la **x** como la **y** en cualquiera de las dos ecuaciones y sustituyéndola en la otra ecuación.

Veamos cuál sería el resultado si despejáramos la **y** de la segunda ecuación:



si ahora sustituimos el valor despejado de **y** de la segunda ecuación en la primera:



resultando una sola ecuación de primer grado con la incógnita **x**, que resolvemos así:













con lo que tenemos el valor de **x**. Para calcular **y** sustituimos este valor en la segunda ecuación despejada en **y**:





con lo que tenemos:







Con lo que obtenemos el mismo resultado: el sistema solo tiene una solución y todos los caminos nos llevan e ella, porque el método de resolución no afecta el resultado, sólo a las operaciones que hay que hacer para encontrarla.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=15)**] Regla de Cramer**

La [Regla de Cramer](http://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_Cramer) es un método de [álgebra lineal](http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra_lineal) para resolver sistemas de ecuaciones. Su base teórica no es tan sencilla como los métodos vistos hasta ahora y emplea el calculo de [determinantes](http://es.wikipedia.org/wiki/Determinante_%28matem%C3%A1ticas%29) de [matrices matemáticas](http://es.wikipedia.org/wiki/Matriz_%28matem%C3%A1tica%29), y da lugar a una forma operativa sencilla y fácil de recordar, especialmente en el caso de dos ecuaciones con dos incógnitas.

Aquí sólo veremos su forma de uso para resolver dos ecuaciones con dos incógnitas, sin entrar a discutir el origen de este método. Primero veremos un caso general y luego resolveremos un ejemplo.

Partiendo de un sistema general de dos ecuaciones con dos incógnitas:



La matriz de los coeficientes de las incógnitas son una tabla de 2\*2 en la que se encuentran los coeficientes de las incógnitas, ordenados por filas y columnas. En la primera fila los de la primera ecuación y en la segunda, los de la segunda ecuación. En la primera columna los de la primera incógnita y en la segunda, los de la segunda incógnita.

El coeficiente de una incógnita en una ecuación ocupa una fila y columna determinadas; el cambio en el orden dentro de la matriz supone la modificación del sistema de ecuaciones, las matrices se representan entre paréntesis, como en el ejemplo:



El determinante de una matriz es una operación sobre esa matriz que da como resultado un escalar **E**, que depende de los términos de la matriz y el lugar donde estén situados:



En el caso de una matriz de 2\*2, tenemos que es el producto de los términos de la diagonal principal menos el producto de los de la diagonal secundaria:



Esta regla tan sencilla no se cumple en matrices de mayor dimensión y para su calculo hay que tener ciertos conocimientos de álgebra lineal.

Partiendo de todo esto tenemos que la Regla de Cramer dice que, en un sistema de ecuaciones lineales, el valor de cada incógnita es la relación que existe entre el determinante de la matriz de los coeficientes de las incógnitas, donde se ha sustituido la columna de la incógnita a resolver por la columna de términos independientes, entre el determinante de la matriz de los coeficientes de las incógnitas.

Así si partimos del sistema:



Tendremos que las incógnitas valdrán:



Desarrollando los determinantes tendremos las operaciones a realizar para calcular la **x**:



y para el calculo de la **y**:



Hay que señalar que si el determinante de los coeficientes de las incógnitas vale cero:



el sistema es incompatible o compatible indeterminado, y sólo será compatible determinado si este determinante es distinto de cero.

Como ejemplo vamos a resolver el sistema:



Calculamos primero la **x**:



y ahora calculamos la **y**:



Con lo que tenemos la solución al sistema que, naturalmente, es:





**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=16)**] Solución de un problema**

La resolución de un sistema de ecuaciones no es una tarea en sí misma, sino que forma parte de la resolución de un problema, teórico o práctico. Veamos como, partiendo de un problema expresado de modo textual, podemos transcribirlo a ecuaciones y luego resolverlo.

El problema es:

|  |
| --- |
| En una granja hay conejos y patos. Si entre todos suman 18 cabezas y 52 patas, ¿cuántos conejos y patos hay? |

Tenemos un problema expresado textualmente. Para resolverlo tenemos que pasarlo a forma de ecuaciones, por lo que tenemos que determinar:

1. Cuáles son las incógnitas.
2. Qué relación hay entre ellas.

En este caso la propia pregunta dice cuáles son las incógnitas: el número de conejos y el número de patos. Llamaremos **x** al número de conejos e **y** al número de patos:





Sabemos que cada conejo y cada pato tienen una sola cabeza. Por tanto: el número de conejos por una cabeza, más el número de patos por una cabeza también, tienen que sumar 18:



Por otra parte, los conejos tienen cuatro patas y los patos sólo tienen dos. Por tanto: el número de conejos por cuatro patas cada uno, más el número de patos por dos patas, tienen que sumar 52:



La cuestión es: qué valores de **x** e **y** cumplen las dos ecuaciones al mismo tiempo; esto es, las dos ecuaciones forman un sistema y el valor de la **x** y de la **y** es la solución de un sistema de dos ecuaciones:



Ya tenemos el sistema de ecuaciones perfectamente representado, primero veremos que clase de sistema es, y si admite solución o no, podemos ver que:



Luego el sistema es compatible determina, por lo que tendrá una única solución y podemos solucionarlo por cualquiera de los métodos ya vistos. Por ejemplo, el de reducción.

Todos los coeficientes de la segunda ecuación son pares y por tanto divisibles por dos:



Si ahora la primera ecuación la cambiamos de signo, (multiplicándola por -1), tendremos:



sumamos las dos ecuaciones:



Con lo que tenemos que **x**= 8. Sustituyendo este valor en la primera ecuación, tenemos:







con lo que ya tenemos la solución del problema:





Podemos comprobar estos resultados en el enunciado del problema para comprobar que son correctos.

En resumen: partiendo de un problema en forma de texto, hemos identificado las incógnitas y hemos establecido las relaciones que hay entre ellas, dando lugar a un sistema que tiene tantas ecuaciones independientes como incógnitas. Resuelto el sistema, tenemos la solución, que podemos comprobar que es correcta en el texto original.

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=17)**] Véase también**

* [Ecuación](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n)
* [Sistema lineal de ecuaciones](http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_lineal_de_ecuaciones)
* [Función lineal](http://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_lineal)
* [Ecuación lineal](http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_lineal)

**[**[**editar**](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistema_lineal_de_dos_ecuaciones_con_dos_inc%C3%B3gnitas&action=edit&section=18)**] Bibliografía**

* Álgebra y funciones 2, ecuaciones de segundo grado, sistema de ecuaciones, ESO (2004)

Editor: Santillana, S. L.

[ISBN 84-294-9492-8](http://es.wikipedia.org/wiki/Especial%3AFuentesDeLibros/8429494928)

* Ecuaciones lineales (1992)

Editor: Ediciones Pirámide, S.A.

[ISBN 84-368-0697-2](http://es.wikipedia.org/wiki/Especial%3AFuentesDeLibros/8436806972)

* Ecuaciones, matemáticas, ESO. Cuaderno (1998)

Autor: Bailo i Mompart, C.; Casals, Rafael; Gomà, Antoni

Editor: Editorial Teide, S.A.

[ISBN 84-307-4312-X](http://es.wikipedia.org/wiki/Especial%3AFuentesDeLibros/843074312X)

* Sistemas de ecuaciones (1989)

Autor: Gallego Palomero, A.

Editor: Ediciones SM

[ISBN 84-348-2868-5](http://es.wikipedia.org/wiki/Especial%3AFuentesDeLibros/8434828685)

* Sistemas de ecuaciones (1987)

Autor: Lowy, Ernesto

Editor: Ediciones SM

[ISBN 84-348-2278-4](http://es.wikipedia.org/wiki/Especial%3AFuentesDeLibros/8434822784)

* Ecuaciones lineales en EGB y EEMM (1989)

Autor: Rodríguez Cano, Natalio Jesús

Editor: Centro de Profesores de Baza

[ISBN 84-600-8109-5](http://es.wikipedia.org/wiki/Especial%3AFuentesDeLibros/8460081095)

* Sistemas de ecuaciones lineales (2005)

Autor: Iglesias Gutiérrez del Álamo, Manuel

Editor: Instituto Juan de Herrera

[ISBN 84-9728-176-4](http://es.wikipedia.org/wiki/Especial%3AFuentesDeLibros/8497281764)

* Matemáticas, ecuaciones no lineales e inecuaciones, 4 ESO. Cuaderno 3 (2007)

Autor: García Muñoz, Julio; Alcaide Guindo, Fernando; González Fernández, José Luis

Editor: Ediciones SM

[ISBN 84-675-1543-0](http://es.wikipedia.org/wiki/Especial%3AFuentesDeLibros/8467515430)